

الانحدار الخطي linear regression

هو مقياس رياضي لمتوسط العلاقة بين متغيرين أو أكثر بدلالة وحدات مقياس المتغيرات المعتمدة في العلاقة وتسمى هذه العلاقات بنماذج الانحدار. يوجد نوعان من المتغيرات هما التابع والمستقل، وتقسم العلاقات بين المتغيرات الى قسمين هما العلاقات المحددة deterministic relations والعلاقات التصادفية stochastic relations وتعني الأولى أن التغير الحاصل في متغير تابع هو نتيجة لتغير متغير مستقل محدد وهذا يبين أن كل قيمة للمتغير المستقل يقابلها قيمة للمتغير التابع، في حين تعني الثانية أن التغير الحاصل في متغير تابع ليس نتيجة لتغير متغير مستقل (مجموعة متغيرات مستقلة) فحسب بل إلى جملة متغيرات أخرى مجهولة وغير مسيطر عليها من قبل الباحث وهذا يعني أن كل قيمة من قيم المتغير المستقل سوف لن يقابلها قيمة واحدة من المتغير التابع (المتغيرات التابعة) وإنما من مجموعة من القيم، وهو يعالج العلاقات العشوائية وليس العلاقات المحددة بشكل عام.

الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression

يتضمن متغيرين فقط هما المتغير التابع والمتغير المستقل، ويسميان دائماً (dependent variable) و (independent variable) ومعادلة الانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression equation) هي:

$$y = \alpha + \beta x + u$$

y : المتغير التابع.

X : المتغير المستقل.

α : تمثل مقطع y وهو عبارة عن طول المسافة المحصورة بين نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور y وبين نقطة الأصل أو يسمى الحد الثابت أو تمثل قيمة y عندما $x=0$.

β : معامل الانحدار أو يسمى ميل الانحدار.

u : حد الخطأ.

والمعادلة التقديرية لخط الانحدار هي:

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

$$\text{where } E(u) = 0$$

ويتم استخراج معادلة خط الانحدار التقديرية عن طريق تقدير المعلمتين (α & β) باستخدام طريقة المربعات الصغرى Least Square Method. حيث ان صيغة تقدير β ستكون كما يلي:

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

وأن صيغة تقدير α ستكون كما يلي:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

سؤال // الجدول الآتي يمثل عائد سهم شركة معينة (R_i) لعشرة سنوات مع عائد مؤشر السوق (R_m) المطلوب ايجاد معادلة الانحدار الخطي (R_i / R_m) ؟

R_i	R_m
9	3
17	2
4	1
7	9
3	5
2	2
5	4
7	3
16	5
10	6

R_i	R_m	R_m^2	$R_i R_m$
9	3	9	27
17	2	4	34
4	1	1	4
7	9	81	63
3	5	25	15
2	2	4	4
5	4	16	20
7	3	9	21
16	5	25	80
10	6	36	60
Σ 80	40	210	328

$$\bar{R}_i = \frac{\Sigma R_i}{n}$$

$$\bar{R}_i = \frac{80}{10}$$

$$= 8$$

$$\bar{R}_m = \frac{\Sigma R_m}{n}$$

$$\bar{R}_m = \frac{40}{10}$$

$$= 4$$

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma R_i R_m - n \bar{R}_i \bar{R}_m}{\Sigma R_m^2 - n(\bar{R}_m)^2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{328 - 10(8)(4)}{210 - 10(4)^2}$$

$$= 0.16$$

$$\hat{\alpha} = \bar{R}_i - \hat{\beta} \bar{R}_m$$

$$\hat{\alpha} = 8 - 0.16(4)$$

$$= 7.36$$

$$\hat{R}_i = 7.36 + 0.16 R_m$$