الأسبوع السابع المحاضرة ٤/ ١٥/ ٢٠١٢ (53)

٥٥. ١- اختبار التحسن في جودة التوفيق/ بقدر إضافة متغيرات توضيحية جديدة.

Testing the improvement of fit obtained from additional explanatory variables

من أجل الحكم على معنوية أي متغير توضيحي إضافي من خلال جدول تحليل التباين تكون وفقاً للخطوات الآتية: ٦

① - تكون الخطوة الأولى إيجاد أثر X_1 على Y في النموذج البسيط

$$Y_i = a + bX_i + u_i$$

$$\hat{b} = \frac{\Sigma y x_1}{\Sigma x_1^2} \quad , \quad \hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{X}_1$$

② لتقييم القوة التوضيحية للنموذج ، نوجد قيمة معامل التحديد R^2 ، r^2

$$R^2 = \frac{\hat{b}\Sigma y x_1}{\Sigma y^2}$$

③ والآن نضيف المتغير التوضيحي الثاني X_2 ونحاول أن نعرف مقدار إسهام القوة التوضيحية للنموذج من تأثير ، حيث أثر X_1 و X_2 على Y

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}(X'Y)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma x_1^2 & \Sigma x_1 x_2 \\ \Sigma x_2 x_1 & \Sigma x_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Sigma y x_1 \\ \Sigma y x_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{b}_0 = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{X}_1 - \hat{b}_2 \bar{X}_2$$

ثم نحسب معامل التحديد R^2 فإذا ازداد حجم R^2 فهذا يعني أن القوة التوضيحية للنموذج قد تحسنت

④ والآن نحاول اختبار ما يضيفه X_2 إلى القوة التوضيحية للنموذج باستخدام جدول تحليل التباين

$$H_0: \hat{b}_2 = 0$$

$$H_1: \hat{b}_2 \neq 0$$

ANOVA Table

مصادر التغير S.V	S.S	درجات الحرية d.f	M.S.E	F^*
X_1	$\sum \hat{y}^2 = b_1' \sum xy$	$K_1 - 1$		
X_1, X_2	$\sum \hat{y}_2 = b_1' \sum x_1 y + b_2' \sum x_2 y$	$K_2 - 1$	$\frac{\sum \hat{y}^2 - \sum \hat{y}^2}{K_2 - K_1}$	$F^* = \frac{\sum \hat{y}^2 - \sum \hat{y}^2 / K_2 - K_1}{\sum e^2 / n - K_2}$
Additional V from X_2	$\sum \hat{y}^2 - \sum \hat{y}^2 =$ قيمة الإضافة	$K_2 - K_1$		
R.V from $Y = f(X_1, X_2)$	$\sum e^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2$	$n - K_2$	$\frac{\sum e^2}{n - K_2}$	
Total V.	$\sum y^2$	$n - 1$		

تقارن F^* المحسوبة بالجدولية عند مستوى معنوية α ودرجات حرية للبسط $(K_2 - K_1)$ وللمقام $(n - K_2)$

$$F^* > f$$

نقبل الفرض البديل ونرفض العدم أي وجود المتغير التوضيحي له أثر
على المتغير التابع
والعكس صحيح.

وبنفس الطريقة يمكن اختبار إذا هنضيف متغير توضيحي ثالث ورابع والتأخر في الحصول على كامل تأثيرات العامل.

③- اختبار التساوي بين المعاملات المتحصل عليها من عينات مختلفة - ③

Test of equality between coefficients obtained from different samples (the chow test)

---

① لو فرضنا أنه كانت لدينا عينتان مختلفتان عن المتغيرات Y و X الأولى حجمها (n_1) والثانية حجمها (n_2) مشاهدات، فإذا استخدمنا هذه العينات كل على حدة لتقدير العلاقة بين Y و X فإننا نحصل على تقديرين لنفس العلاقة لفترتين زمنيتين مختلفتين أو لفئتين مختلفتين (إذا كانت البيانات تمثل مقطع عرضي)

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b} X_i$$ تقدير الدالة الأولى للفترة الأولى

$$Y_i^* = a^* + b^* X_i$$ تقدير الدالة الثانية للفترة الثانية

ولاختبار معنوية الفرق بين هذين التقديرين للحكم على مدى استقرار الدالة خلال الفترات المختلفة، والإجابة عن الأسئلة التالية:
هل انتقلت الدالة ~~المقدرة~~ المقدرة خلال هاتين الفترتين (أي $\hat{a} \neq a^*$) أو هل طرأ تغير على ميل الدالة في هذه الفترة (أي $\hat{b} \neq b^*$)؟ أم أن الفرق غير معنوي بين هذين التقديرين وبالتالي ترجع إلى الصدفة أو الأخطاء في الحساب والتقريب ويكون الاستنتاج أن الدالة ثابتة، وللإجابة عن هذه التساؤلات نجري

② اختبارا يستخدم تحليل التباين على النحو الآتي

$$H_0: \hat{b}_0 \neq b_0^* \text{ و } \hat{b}_1 = b_1^*$$

$$H_1: \hat{b}_0 \neq b_0^* \text{ و } \hat{b}_1 \neq b_1^*$$

①- نقوم بتجميع هاتين العينتين في عينة مجمعة حجمها (n_1+n_2) ونستخدم هذه العينة لتقدير الدالة المجمعة (fooled sample funtion)

$$\hat{Y}_p = \hat{a}_p + \hat{b}_p X_i$$

②- من تقديرات العينتين كل على حدة يمكننا إيجاد مجموع المربعات غير الموضحة، أي

$$\frac{(\sum e_1^2 + \sum e_2^2)}{(n_1+n_2-2k)}$$ بدرجة حرية

③- نطرح مجموع التغيرات غير الموضحة في الخطوة السابقة من مجموع التغيرات غير الموضحة للعينة المجمعة.

$$\frac{\sum e_p^2 - (\sum e_1^2 + \sum e_2^2)}{(n_p - n_{1+2} + k)}$$ بدرجة حرية

56

④ نحسب قيمة F^* بالشكل التالي

$$F^* = \frac{[\sum e_p^2 - (\sum e_1^2 + \sum e_2^2)]/k}{[\sum e_1^2 - \sum e_2^2]/(n_1+n_2-2k)}$$

⑤ مقارنة F^* المحتسبة مع F الجدولية عند مستوى معنوية α ودرجة حرية للبسط $(k-1)$ وللمقام $(n-k)$

فإذا

$F^*_{\text{المحتسبة}} > f_{\text{الجدولية}}$

نرفض فرضية العدم ونعني ان الدالتين مختلفتين اختلافاً كبيراً وواضحاً اي ان العلاقة الاقتصادية المدروسة تختلف بمرور الزمن.

⑥ - اختبار ثبات معاملات الانحدار عند زيادة حجم العينة

Testing the stability of Regression coefficients when increasing the Size of the Sample

الهدف من هذا الاختبار هو التحقق من مدى ثبات معاملات الانحدار عند زيادة حجم العينة المستخدمة لتقدير تلك المعاملات.

* فإذا كانت عدد المشاهدات الاضافية (n_2) كبيراً بالنسبة الى عدد المعاملات المراد ايجاد تقديرها، فعلينا اتباع نفس الاسلوب الذي اتبعناه في الاختبار السابق (اختبار تساوي المعاملات للعينات المختلفة) من اعتبار ان المشاهدات الاضافية عينة مستقلة.

اما اذا كانت عدد المشاهدات الاضافية (n_2) قليلة بالنسبة الى عدد المعاملات في الدالة فأننا نتبع الخطوات التالية

① - نستخدم العينة بحجمها الكبير (n_1+n_2) للتوصل الى معادلة الانحدار التالية

$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2$

$\sum e_*^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2$

$d.f = (n_1+n_2-k)$

ج- نقدر معادلة الانحدار الجزئي باستخدام العينة الاصلية والتي حجمها n_1 GT

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2 + \dots + \hat{b}_n X_n$$

$$\sum e_i^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2$$

$$d.f = n_1 - k$$

د- نوجد حاصل طرح $(\sum e_*^2 - \sum e_i^2)$ بدرجات حرية $[n_1 + n_2 - k - (n_1 - k) = n_2]$ حيث ان (n_i) تمثل عدد المشاهدات الاضافية

هـ- نوجد قيمة F^* باستخدام الصيغة الاتية

$$F^* = \frac{(\sum e_*^2 - \sum e_i^2)/n_2}{\sum e_i^2 / n_1 - k}$$

لاختبار الفرضية العدم والبديل

$$H_0 = \hat{a}_1 = \hat{a}_* \quad , \hat{b}_1 = \hat{b}_*$$

$$H_1 = \hat{a} \neq \hat{a}_* \quad , \hat{b}_1 \neq \hat{b}_*$$

وبمقارنة F^* المحتسبة مع الجدولية بدرجات حرية $(v_1 = n_2 \text{ و } v_2 = n_1 - k)$ نرفض فرضية العدم اذا كانت $(F^* > F)$ بمعنى ان المعاملات الهيكلية لا مستقرة وتتأثر بزيادة حجم العينة وبالتقديرات التي تطرأ أثناء الفترة الاضافية والعكس صحيح