# مبادئ الإحصاء

# مقاييس التشتت

# الإدارة الصناعية

## الدراسة الصباحية والمسائية

# الكورس الثاني

# اساتذة المادة

م.د.فائز حامد سلمان     م.م.ايثار حسين العوادي

اعداد: م.م. ايثار حسين جواد

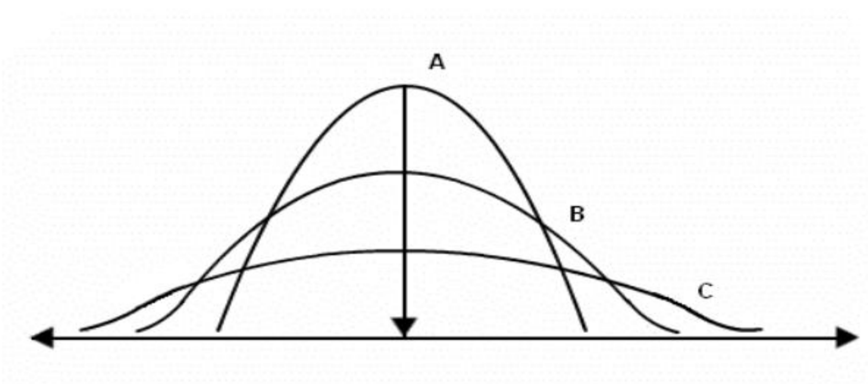
# مقاييس التشتت

## مقاييس التشتت في الإحصاء

**تستخدم مقاييس التشتت في الإحصاء لقياس مدى تشتت (تبعثر) البيانات حول المتوسط الحسابي. وتعتبر هذه المقاييس مهمة لفهم توزيع البيانات وتحليل الانحرافات عن المتوسط الحسابي. وتستخدم بشكل واسع في العديد من المجالات، بما في ذلك الاقتصاد والإحصاء والعلوم الاجتماعية والطبية.**

**تشمل مقاييس التشتت الشائعة المستخدمة في الإحصاء مثل الانحراف المعياري والنسبة المئوية للانحراف المعياري ونطاق القيم والمدى الربعي والانحراف المتوسط المطلق والانحراف المتوسط المربع. وتختلف هذه المقاييس في الطريقة التي تحسب بها وتستخدم، ولكن جميعها تهدف إلى تقديم صورة لمدى التباين في البيانات.**

**يتم استخدام مقاييس التشتت بشكل واسع في تحليل البيانات الإحصائية، حيث يمكن استخدامها لتحديد مدى انتشار البيانات وتحديد القيم الشاذة وتفسير الانحرافات الإحصائية. وتساعد مقاييس التشتت على فهم البيانات بشكل أفضل واتخاذ القرارات الصحيحة بناءً على التحليلات الإحصائية.**




**ما هي مقاييس التشتت في الإحصاء – Statistical dispersion؟**

**تشير مقاييس التشتت في الإحصاء إلى درجة انتشار البيانات في مجموعة البيانات المحددة. وهي تستخدم لقياس مدى التباين والتباعد في قيم مجموعة البيانات، وتعطي فكرة عن مدى تجانس أو تفاوت البيانات في المجموعة.**

**وهي على نوعين رئيسين هما: مقاييس التشتت المطلقة ومقاييس التشتت النسبية.**

**مقاييس التشتت المطلقة تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل مطلق وتكون مقاسة بنفس وحدات قياس المتغير العشوائي (وحدات طول، وزن، زمن، كثافة، عدد..الخ)من هذه المقاييس المدى، الإنحراف الربيعي، الإنحراف المتوسط، الإنحراف المعياري. في حين ان مقاييس التشتت النسبية تبين درجة تجانس قيم مجموعة من البيانات بشكل نسبي وتكون خالية من وحدات قياس المتغير العشوائي. هذه المقاييس هي معاملات التشتت.**

**وتشمل مقاييس التشتت الشائعة في الإحصاء:**

**١- المدى (Range): يعتبر المدى ابسط انواع مقاييس التشتت المطلقة وهو يمثل الفرق بين أكبر قيمة في المجموعة وأصغر قيمة فيها.**

**مثال: جد المدى للبيانات التالية: (2,5,3, 8, 7, 10, 9, 12, 15)**

**الحل:** **R= 15-2= 13**

**اما في حالة البيانات المبوبة في توزيع تكراري فان المدى في هذه الحالة يمثل الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخير والحد الأدنى للفئة الأولى.**

**وهذا المقياس لا يعول عليه كثيراً في قياس تشتت قيم مجموعة معينة نظراً لكونه يستند الى قيمتين متطرفتين فقط ويهمل بقية القيم. وهذا يعني انه مقياس حساس جداً لأي خطأ معاينةقد يحصل في قياس إحدى هاتين القيمتين أو كليهما.**

**٢- الإنحراف الربيعي Quartile Deviation**
**يعرف الإنحراف الربيعي بانه متوسط الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول لمجموعة من البيانات سواء كانت مبوبة او غير مبوبة، فاذا كان $Q_1$ يمثل الربيع الأول و $Q_3$يمثل الربيع الثالث عندئذ فان الإنحراف الربيعي Q.D وحسب هذا التعريف هو:**

$$Q.D=\frac{Q_3-Q_1}{2}$$

**يلاحظ مما تقدم انه يمكن ايجاد الإنحراف الربيعي للتوزيعات التكرارية المغلقة او المفتوحة من طرف واحد او طرفين.**

**مثال: من جدول توزيع تكراري لأعمار عينة من تلاميذ إحدى المدارس لوحظ ان قيمة الربيع الأول كانت ٧.٤٣٥ سنة وقيمة الربيع الثالث كانت ١٠.٣٩١سنة. جد الإنحراف الربيعي للعمر في هذا التوزيع؟**

**الحل:**

$$Q.D=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{10.391-7.435}{2}=1.478$$

**إن الإنحراف الربيعي افضل من المدى كونه يستخدم ٥٠% من البيانات المتاحة فقط ويهمل النصف الآخر، ان هذا المقياس هو الآخر قليل الإستخدام في التطبيق في حين انه يمتاز على بقية مقاييس التشتت من حيث إمكانية حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة، في حين يتعذر الحصول على بقية مقاييس التشتت الأخرى (بالرغم من كونها افضل من الإنحراف الربيعي) في حالات من هذا النوع.**

**٣- - الانحراف المتوسط (Mean Deviation): يعرف الإنحراف المتوسط بانه مجموع الإنحرافات المطلقة لقيم المتغير العشوائي عن نقطة اختيارية مثل A مقسوماً على هذه القيم، غالباً ما نختار النقطة A لأن تكون احد مقاييس النزعة المركزية الثلاث (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال)، وهو مقياس يعطي فكرة عن مدى توزيع القيم حول المتوسط، حيث يقاس بمقدار متوسط الفروق النسبية بين كل قيمة والمتوسط.**

## طرق حساب الإنحراف المتوسط

**فيما يلي طرق حساب الإنحراف المتوسط لبيانات غير مبوبة ولبيلنلت مبوبة في توزيع تكراري.**

### أ- حساب الإنحراف المتوسط لبيانات غير مبوبة:

**لتكن $X_1,X_2,....X_n$ تمثل قياسات عينة قوامها n وليكن A ثابت اختياري. عندئذ يمكن حساب الإنحراف المتوسط لهذه المجموعة وفق الصيغة التالية:**

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-A|}{n}$$

**فاذا كانت $A=\bar{X}$** عندئذ

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-\bar{X}|}{n}$$

**واذا كانت $A=M_e$** عندئذ

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-\mathrm{Me}|}{n}$$

**واذا كانت $A=M_o$** عندئذ

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-\mathrm{Mo}|}{n}$$

**مثال: للبيانات التالية جد الإنحراف المتوسط باستخدام $\bar{X}$، $M_e$، $M_o$ (2,3,4,5,5,6,7,10.13.14.19).**

**الحل: واضح من هذه البيانات ان $\bar{X}=8$، $M_e=6$، $M_o=5$ اذن:**

$|X_i-8|$ : **6,5,4,3,3,2,1,2,5,6,11**

$|X_i-5|$ = **3,2,1,0,0,1,2,5,8,9,14**

$|X_i-6|$ = **4,3,2,1,1,0,1,4,7,8,13**

$$M.D(\bar{X})=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-8|}{n}=\frac{48}{11}=4.367$$

$$M.D(M_o)=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-5|}{n}=\frac{45}{11}=4.091$$

$$M.D(M_e)=\frac{\sum_{i=1}^{n}|X_i-6|}{n}=\frac{44}{11}=4$$

### حساب الإنحراف المتوسط لبيانات مبوبة:

**لتكن $X_1,X_2,....X_m$ تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m $f_1f_2,......f_m$ تمثل التكرارات المقابلة لهذه الفئآت،نفرض ان A ثابت اختياري، عندئذ يمكن حساب الإنحراف المتوسط لهذا التوزيع وفق الصيغة التالية:**

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{m}f_i|X_i-A|}{\sum_{i=1}^{m}f_i}$$

**غالباً ما يتم اختبار A لأن تكون مساوية الى احد مقاييس النزعة المركزية التالية:**

**الوسط الحسابي = المنوال = الوسيط للتوزيع.**

**ان قيمة .M.D تتساوى في حالة التوزيعات التكرارية المتماثلة أيا كان مقياس النزعة المركزية السالف الذكر .**

**مثال: الآتي توزيع تكراري لدرجات مجموعة من طلبة في امتحان معين. يطلب حساب الإنحراف المتوسط بإستخدام الوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، ثم قارن بينهما.**

| الفئآت | -0 | -10 | -20 | -30 | -40 | -50 | -60 | -70 | -80 | 90-100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 2 | 4 | 8 | 16 | 25 | 60 | 42 | 35 | 18 | 10 |

**الحل: نجد اولاً الوسط الحسابي، المنوال، الوسيط لهذا التوزيع وفق الطرق التي سبق توضيحها. ويلاحظ ان:**

**$\bar{X}$ =59.5، $M_e$= 59.167، $M_o$=56.604**

**ثم نعمل الجدول التالي:**

| الفئآت | $f_i$ | مركزالفئة $X_i$ | $f_i \lvert X_i - \bar{X} \rvert$ | $f_i \quad \lvert X_i - Mo \rvert$ | $f_i \lvert X_i - Me \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|
| -0 | ٢ | ٥ | ١٠٩ | ١٠٣٫٢٠٨ | ١٠٨٫٣٣٤ |
| -10 | ٤ | ١٥ | ١٧٨ | ١٦٦٫٤١٦ | ١٧٦٫٦٦٨ |
| -20 | ٨ | ٢٥ | ٢٧٦ | ٢٥٢٫٨٣٢ | ٢٧٣٫٣٣٦ |
| -30 | ١٦ | ٣٥ | ٣٩٢ | ٣٤٥٫٦٦٤ | ٣٨٦٫٦٧٢ |
| -40 | ٢٥ | ٤٥ | ٣٦٢٫٥ | ٣٩٠٫١٠٠ | ٣٥٤٫١٧٥ |
| -50 | ٦٠ | ٥٥ | ٢٧٠ | ٩٦٫٢٤٠ | ٢٥٠٫٠٢٠ |
| -60 | ٤٢ | ٦٥ | ٢٣١ | ٣٥٢٫٦٣٢ | ٢٤٤٫٩٨٦ |
| -70 | ٣٥ | ٧٥ | ٥٤٢٫٥ | ٦٤٣٫٨٦٠ | ٥٥٤٫١٥٥ |
| -80 | ١٨ | ٨٥ | ٤٥٩ | ٥١١٫١٢٨ | ٤٦٤٫٩٩٤ |
| 90-100 | ١٠ | ٩٥ | ٣٥٥ | ٣٨٣٫٩٦٠ | ٣٥٨٫٣٣٠ |
| المجموع | ٢٢٠ | | ٣١٧٥ | ٣٢٤٦٫٠٤٠ | ٣١٧١٫٦٧٠ |

$$M.D(\bar{X}) = \frac{3175}{220} = 14.432 \qquad M.D(M_o) = \frac{3246.040}{220} = 14.755$$

$$M.D(M_e) = \frac{3171.670}{220} = 14.717$$

**نلاحظ ان الإنحراف المتوسط المستخرج باستخدام الوسيط هو اقل من الإنحراف المتوسط باستخدام الوسط الحسابي والمنوال (لماذا؟)**

## ميزات وعيوب الإنحراف المتوسط

**فيما يلي اهم ميزات وعيوب الإنحراف المتوسط:**

**أ- ميزات الإنحراف المتوسط: يمتاز بما يلي:**

**١- ان حسابه يعتمد على كافة البيانات المتاحة.**

**٢- انه مقياس سهل الفهم والحساب.**

**٣- خضوعه للعمليات الجبرية.**

**٤- ان قيمته تكون اقل ما يمكن عند اختيار $A= M_e$**

**ب- عيوب الإنحراف المتوسط من اهم عيوبه ما يلي:**

**١- اهمال الإشارات السالبة للفروق عند عملية حسابه.**

**٢- لا يمكن حساب قيمته في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة من طرف واحد او طرفين.**

**٣- لا يمكن حساب قيمته في حالة البيانات الوصفية.**

**٤- تتأثر قيمته في حالة وجود قيم شاذة ومتطرفة**

**٥- يتأثر بشكل كبير بأخطاء المعاينة.**

**٤- الانحراف المعياري (Standard Deviation): ويسمى احياناً بالإنحراف القياسي وهو أحد أشهر المقاييس الخاصة بحساب التشتت، وهو مقياس يعطي فكرة عن مدى توزيع القيم حول متوسطها، حيث يعطي فكرة عن مدى انتشار القيم في المجموعة،**

**ويعرف الإنحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مجموع مربعات إنحرافات قيم المتغير العشوائي عن وسطها الحسابي.**

**يُحسب بتجميع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ثم حساب الجذر التربيعي للناتج. يعكس هذا المقياس قوة التشتت الإجمالية للبيانات حيث يكون قيمة المعيار القياسي أكبر كلما كانت البيانات تتفرق أكثر عن المتوسط.**

**طرق حساب الإنحراف المعياري:**

**فيما يلي طرق حساب الإنحراف المعياري لبيانات غير مبوبة وبيانات مبوبة في جدول تكراري.**

**أ- حساب الإنحراف المعياري لبيانات غير مبوبة:**

**لتكن $X_1, X_2, \ldots X_n$ تمثل قياسات عينة قوامها n وليكن $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي لهذه القياسات. عندئذ وحسب التعريف أعلاه فان الإنحراف المعياري S لهذه المجموعة هو:**

$$S= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}}$$

**ان صياغة هذا التعريف بالشكل أعلاه هو نتيجة لما يلي:**

لما كان مجموع مربعات إنحرافات قيم المتغير عن وسطها الحسابي اقل ما يمكن (احدى خصائص الوسط الحسابي)، فذلك يعني ان $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}$ سيكون اقل ما يمكن مقارنة باي قيمة اخرى معوضة عن الوسط الحسابي. إلا ان هذا المجموع سيكون مقاس بمربعات وحدات قياس المتغير الأصلي (سم٢، كغم٢، سنة٢،.....الخ) وبغية إرجاع القياس بنفس وحدات المتغير الأصلية يتم اخذ الجذر التربيعيلهذا المجموع والذي بدوره يبقي قيمة S في حالة اقل ما يمكن.

وغالباً ما يتم القسمة على (n-1) بدلاً عن ال n وخصوصاً في حالة العينات الصغيرة الحجم ( n<30) وذلك لإعتبارات تتعلق بخاصية (عدم التحيز) لهذا المقياس والتي لا مجال لذكرها هنا وتجدر الإشارة هنا الى ان S هو تقدير للإنحراف المعياري لقياسات المجتمع الإحصائي الذي اختيرت منه العينة. فاذا كان مجتمع الدراسة محدد فان الإنحراف المعياري لقياسات مفردات هذا المجتمع هو:

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i-\mu)^2}{N}}$$

حيث ان $\mu$ تعني الوسط الحسابي للمجتمع.

مثال: البيانات التالية تمثل اوزان عينة من الطلبة قوامها عشرة طلاب (56,62,69,71,68,65,63,72,68,56) المطلوب حساب الإنحراف المعياري.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_i$(كغم) | ٥٦ | ٦٨ | ٧٢ | ٦٣ | ٦٥ | ٦٨ | ٧١ | ٦٩ | ٦٢ | ٥٦ |
| $(X_i-\overline{X})$ (كغم) | -9 | -3 | 4 | 6 | 3 | 0 | -2 | 7 | 3 | -9 |
| $(X_i-\overline{X})^2$(كغم) | 81 | 9 | 16 | 36 | 9 | 0 | 4 | 49 | 9 | 81 |

ان $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})$ =٠

وان $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ =٢٩٤

في حالة القسمة على n=10

$$S=\sqrt{\frac{294}{10}}=5.422$$

وتفضل حالة القسمة على n-1 اي

$$S=\sqrt{\frac{294}{9}}=5.715$$

ان الطريقة السابقة في حساب الإنحراف المعياري قد تبدو مطولةبعض الشئ عند التطبيق وخصوصاً في حالة العينات الكبيرة إلا انها طريقة مفضلة في حالة كون قيم المفردات كبيرة حيث تبدو بعد طرح الوسط الحسابي منها صغيرة (كما في المثال السابق) ويكون التعامل معها حسابياً اسهل. وهناك طريقة اخرى مشتقة من التعريف لهذا القياستسمى طريقة القيم الأصلية، حيث يتم وفقها التعامل حسابياً مع قيم العينة مباشرة، وهي كالآتي:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-2X\sum_{i=1}^{n}X_i+n\overline{X}^2}{n}}$$

وحيث ان $\sum_{i=1}^{n}X_i$=nX عندئذ فان

الشكل الأول ...................... .... ................ ..........  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\bar{X}^2}{n}}$

او

الشكل الثاني .................................  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}\right)^2}$

**مثال: لبيانات المثال السابق جد الإنحراف المعياري وفق الصيغة المعطاة بالشكل الثاني.**

**الحل:**

$\sum_{i=1}^{10}X_i$ =56+62+......+56=650

$\sum_{i=1}^{10}X_i^2$ = $(56)^2+(62)^2+........(56)^2$ = 42544

$S=\sqrt{\frac{42544}{10}-\left(\frac{650}{10}\right)^2}=\sqrt{29.4}=5.422$ كغم

**ب- حساب الإنحراف المعياري لبيانات مبوبة**

**ت- لتكن $X_1,X_2,....X_m$ تمثل مراكز فئات توزيع تكراري عدد فئاته m $f_1f_2,......f_m$ تمثل التكرارات المقابلة لهذه الفئآت، عندئذ يمكن حساب الإنحراف المعياري لهذا التوزيع وفق الصيغة التالية:**

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}fi(X_i-\overline{X})^2}{n}}$$

**مثال: لبينات المثال اعلاه جد الإنحراف المعياري؟**

**الحل: نعمل الجدول التالي:**

| الفئآت | $f_i$ | مركزالفئة $X_i$ | $(X_i-\overline{X})$ $X=59.5$ | $(X_i-\overline{X})^2$ | $f_i\,(X_i-\overline{X})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0- | ٢ | ٥ | -54.5 | 2970.25 | 5940.50 |
| 10- | ٤ | ١٥ | -44.5 | 1980.25 | 7921 |
| 20- | ٨ | ٢٥ | -34.5 | 1190.25 | 9522 |
| 30- | ١٦ | ٣٥ | -24.5 | 600.25 | 9604 |
| 40- | ٢٥ | ٤٥ | -14.5 | 210.25 | 5256.25 |
| 50- | ٦٠ | ٥٥ | -4.5 | 20.25 | 1215 |
| 60- | ٤٢ | ٦٥ | 5.5 | 30.25 | 1270.50 |
| 70- | ٣٥ | ٧٥ | 15.5 | 240.25 | 8408.75 |
| 80- | ١٨ | ٨٥ | 25.5 | 650.25 | 11704.50 |
| 90-100 | ١٠ | ٩٥ | 35.5 | 1260.25 | 12602.50 |
| المجموع | ٢٢٠ | | | | 73445 |

$$S=\sqrt{\frac{73445}{220}}=18.271$$

وهناك صيغ اخرى اكثر اختصاراً للوقت والجهد، هذه الصيغ مشتقة من تعريف الإنحراف المعياري في حالة البيانات المبوبةوكما موضحة بالآتي:

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}(X_i-\overline{X})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{n}\left\{\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}X_i^2-2n\bar{X}^2+n\bar{X}^2\right\}}$$

حيث ان $nX=\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}X_i$ وان $n=\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}$ وعليه فان:

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}\,X_i^2-\bar{X}^2}$$ الشكل الأول.............

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}\,X_i^2-\left(\frac{\sum_{i=1}^{m}\mathrm{fi}X_i}{n}\right)^2}$$

ان الطريقتين اعلاه تسميان بالطريقة المباشرة او طريقةالقيم الأصلية

مثال: لبيانات المثال السابق جد الإنحراف المعياري باستخدام الشكل الثاني؟

الحل نعمل الجدول التالي:

| الفئآت | $f_i$ | $X_i$ مركزالفئة | $f_i X_i$ | $f_i\ X_i^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0- | ٢ | ٥ | ١٠ | ٥٠ |
| 10- | ٤ | ١٥ | ٦٠ | ٩٠٠ |
| 20- | ٨ | ٢٥ | ٢٠٠ | ٥٠٠٠ |
| 30- | ١٦ | ٣٥ | ٥٦٠ | ١٩٦٠٠ |
| 40- | ٢٥ | ٤٥ | ١١٢٥ | ٥٠٦٢٥ |
| 50- | ٦٠ | ٥٥ | ٣٣٠٠ | ١٨١٥٠٠ |
| 60- | ٤٢ | ٦٥ | ٢٧٣٠ | ١٧٧٤٥٠ |
| 70- | ٣٥ | ٧٥ | ٢٦٢٥ | ١٩٦٨٧٥ |
| 80- | ١٨ | ٨٥ | ١٥٣٠ | ١٣٠٠٥٠ |
| 90-100 | ١٠ | ٩٥ | ٩٥٠ | ٩٠٢٥٠ |
| المجموع | ٢٢٠ | | ١٣٠٩٠ | ٨٥٢٣٠٠ |

$$S=\sqrt{\frac{1}{220}\,852300-\left(\frac{13090}{220}\right)^2}\quad=18.271$$

## خصائص الإنحراف المعياري

اهم خصائص الإنحراف المعياري على فرض ان $S_x$ يمثل الإنحراف المعياري لقيم مفرداتعينة عشوائية قوامها n عندئذ:

أ- ان $S_x > ٠$

وهذا يعني ان قيمة الإنحراف المعياري هي دائماً موجبة وتساوي صفر في حالة خاصة عندما تكون قيم العينة جميعاً مساوية لقيمة ثابتة معينة اي ان $X_i=X=X$ لجميع قيم n ......i=1,2,3 ان السبب في كون قيمة $S_x > ٠$ ناجم عن كون $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 > ٠$

ب- اذا كانت a كمية ثابتة حقيقية وان $Y_i=aX_i$ عندئذ فان $S_Y= |a|S_x$

مثال(١): اذا علمت ان $S_x=6$ جد الإنحراف المعياري الى $Y=4X$

الحل: $S_y = |4|.6 = 4.6 = 24$

مثال(٢):اذا علمت ان $S_x=4$ جد الإنحراف المعياري الى $Y=-3X$

الحل: $S_y = |-3|.4 = 3.4 = 12$

ث- اذا كانت b كمية ثابتة حقيقية وان $Y_i= X_i \mp b$ عندئذ $S_y = S_x$

مثال(١): اذا علمت ان $S_x=6$ جد الإنحراف المعياري الى $Y=X+3$

الحل: $S_y = S_x =6$

مثال(٢):اذا علمت ان $S_x=4$ جد الإنحراف المعياري الى $Y=X-10$

الحل: $S_y = S_x =4$

اذا كانت a,bثوابت حقيقية وان $Y=a X \mp b$ عندئذ $S_Y= |a|S_x$

مثال: ان الإنحراف المعياري الى $Y= 2X -3$ علما ان $S_x = 5$ هو $S_y = |2|.5 = 2.5=10$

## ميزات وعيوب الإنحراف المعياري

أ- مميزات الإنحراف المعياري

يمتاز الإنحراف المعياري بما يلي:

١- ان حسابه يعتمد على كافة البيانات المتاحة.
٢- انه مقياس سهل الفهم والحساب.
٣- خضوعه للعمليات الجبرية.
٤- قابليته للتجزئه والإندماج (لاحظ الخاصية الخامسة للتباين)

**ب- عيوبه**

**ان اهم عيوب الإنحراف المعياري ما يلي:**

**١- لا يمكن حساب قيمته في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة من طرف واحد او طرفين.**
**٢- لا يمكن حسابه في حالة البيانات الوصفية.**
**٣- تتأثر قيمته في حالة وجودقيم شاذة او متطرفة.**
**٤- يتأثر وعلى نحو كبير بأخطاء المعاينة.**

## العلاقة بين الإنحراف المعياري والإنحراف المتوسط

**في حالة التوزيغات التكرارية المتماثلة او القريبة جداً من حالة التماثل لبيانات متغير عشوائي مستمر لوحظ وجود علاقة تربط ما بين الإنحراف المعياري والإنحراف المتوسط (المحسوب باستخدام الوسط الحسابي) لقياسات عينة عشوائيةقوامها n هذه العلاقة هي:**

$$MD(\overline{X}) \approx \frac{4}{5} \; S_x$$

**التباين Variance**

**لتكن $X_1, X_2, \ldots. X_n$ تمثل قياسات عينة قوامها n وليكن $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي لهذه القياسات. عندئذ يعرف التباين بانه متوسط مجموع مربعات انحرافات قيم X عن وسطها الحسابي.**

**وهذا يعني ان التباين ما هو الا مربع الإنحراف المعياري لتلك المجموعة من القيم وعليه فان الرمز $S^2$ يُشير الى تباين قيم العينة. وعندئذ فان وحدات قياس التباين تمثل مربع وحدات قياس المتغير الأصلي.**

**مثال: اذا كان الإنحراف المعياري لمجموعة قيم هو ٤ فان التباينلتلك المجموعة هو (٤^٢ =١٦)**

**ان ميزات وعيوب التباين هي نفس ميزات وعيوب الإنحراف المعياري كذلك فان خصائص التباين هي الأخرى نفسها الخاصة بالإنحراف المعياري من حيث المفهوم مهي:**

**١- ان $S^2 \geq 0$**
**٢- اذا كانت $Y_i = Ax_i$ فان $S_y^2 = a^2 . S_x^2$**
**٣- اذا كانت $Y_i = X_i \mp a$ فان $S_y^2 = S_x^2$**
**٤- اذا كانت $Y_i = a X_i \mp b$ فان $S_y^2 = a^2 . S_x^2$**
**٥- لتكن $S_1^2, S_2^2, \ldots \ldots S_k^2$ تمثل التباينات المحسوبةلسلسلة من العينات المتعاقبة عن المتغير X التي قوام كل منها وعلى التوالي $n_1, n_2, \ldots\ldots n_k$عندئذ فان التباين الكلي لحاصل دمج قياسات هذه العينات معاً والذي غالباً ما يصطلح عليه بـ(محصلة التباين pooled variance) هو:**

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i S_i^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

**ملاحظة:**

١- **اذا كان عدد مفردات كافة هذه العينات متساوي اي ان $n_i=n, i=1,2,....k$ عندئذ فان محصلة التباين $S_x^2$ ماهي الا متوسط تباينات هذه العينات. اي ان**

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{K}$$

٢- **اذا كانت العينات ذات حجوم صغيرة وبهدف الحصول على تقدير غير متحيز لتباين المجتمع $\sigma_x^2$ عندئذ يتم طرح العدد واحد من كل عينة، وعندئذ فان محصلة التباين في هذه الحالة هي:**

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(\mathrm{ni}-1)S_i^2}{\sum_{i=1}^{k}\mathrm{ni}-\mathrm{k}}$$

مثال:**اذا علمت ان تباين اعمار طلبة الصف الأول احصاء/الشعبة الأولى البالغ عددهم ٥٢ هو 2.5، وان تباين اعمار طلبة الشعبة الثانية البالغ عددهم ٦٣ هو 2.1 جد تباين اعمار الطلبة في هذه المرحلة؟**

**الحل: واضح ان:** $S_1^2 = 2.5, \quad S_2^2 = 2.1, n_1=52, \; n_2=63$

$$S^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1+n_2} = \frac{(52)(2.5)+(63)(2.1)}{52+63} = 2.281$$